

Wymagania edukacyjne
MATEMATYKA 2
Zakres podstawowy
i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2024

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	- wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	- wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	- wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	- wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	- wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D)

1. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństwa figur

2. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówności kwadratowe

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną

<ul style="list-style-type: none"> • znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

3. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania dwukwadratowe
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> • układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory Viète'a

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym
--

4. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• stosuje wzory na sześciąt sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciątów
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
• szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• określa stopień wielomianu w zależności od parametru
• oblicza sumę współczynników wielomianu
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych

<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika
<ul style="list-style-type: none"> • rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
<ul style="list-style-type: none"> • rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
<ul style="list-style-type: none"> • dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
<ul style="list-style-type: none"> • dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
<ul style="list-style-type: none"> • opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku

5. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
<ul style="list-style-type: none"> • przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $y = \frac{a}{x-p} + q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji

$y = \frac{a}{x-p} + q$
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
• rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach
• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach
• mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
• rozwiązuje równania i nierówności wymierne
• znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych
• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
--

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań |
| <ul style="list-style-type: none">• wyznacza liczbę rozwiązań równań $f(x) = m$, $f(x) = m$ i $f(x) = m$, gdzie f jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru m |
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności |