

Wymagania edukacyjne
MATEMATYKA 3
Zakres podstawowy
i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2020

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D)

1. TRYGNOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
<ul style="list-style-type: none"> • podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
<ul style="list-style-type: none"> • rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none">wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
<ul style="list-style-type: none">wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
<ul style="list-style-type: none">stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
<ul style="list-style-type: none">wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none">przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none">stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
<ul style="list-style-type: none">wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
<ul style="list-style-type: none">oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia niektóre własności czworokątów

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia związki miarowe w czworokątach
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

2. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
<ul style="list-style-type: none">oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">oblicza pole koła i pole wycinka koła
<ul style="list-style-type: none">oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej

z promieniem okręgu
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> opisuje własności wielokątów foremnych
<ul style="list-style-type: none"> oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
<ul style="list-style-type: none"> oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności

3. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza logarytm danej liczby
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$ w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności

funkcji logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $\log_2 3$

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

4. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza kąt w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°
<ul style="list-style-type: none"> określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$
<ul style="list-style-type: none"> zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90°, 315°, 1080°
--

<ul style="list-style-type: none"> ● stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> ● wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> ● szkicuje wykres funkcji okresowej
<ul style="list-style-type: none"> ● stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
<ul style="list-style-type: none"> ● stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
<ul style="list-style-type: none"> ● szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> ● na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> ● stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> ● oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
<ul style="list-style-type: none"> ● udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> ● stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> ● stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> ● stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> ● wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
<ul style="list-style-type: none"> ● rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> ● rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia