

Wymagania edukacyjne
MATEMATYKA 4
Zakres podstawowy
i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2022

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, powinny więc być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K), wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopelniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.

Poniżej przedstawiono podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	– wymagania na poziomie (K);
ocena dostateczna	– wymagania na poziomach (K) i (P);
ocena dobra	– wymagania na poziomach (K), (P) i (R);
ocena bardzo dobra	– wymagania na poziomach (K), (P), (R) i (D);
ocena celująca	– wymagania na poziomach (K), (P), (R), (D).

1. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
• wykonuje działania na wektorach
• sprawdza, czy wektory są równoległe
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
• wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
• stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

2. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz

• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
• ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
• ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
• podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu |
| <ul style="list-style-type: none"> wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru |

3. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
<ul style="list-style-type: none"> podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> oblicza granice funkcji w nieskończoności
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych

przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • bada ciągłość funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza pochodną funkcji złożonej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania optymalizacyjne
<ul style="list-style-type: none"> • bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pochodne funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

4. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość symbolu Newtona
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w

prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none"> wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
<ul style="list-style-type: none"> określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności trójkąta Pascala
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
<ul style="list-style-type: none"> stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej k sukcesów w n próbach

- | |
|--|
| • podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach |
| • oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach |
| • rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od **(K)** do **(D)** oraz:

- | |
|--|
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa |
| • stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |