

Wymagania edukacyjne
MATEMATYKA 2
Zakres podstawowy
i rozszerzony



Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	-	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	-	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających, pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

Pogrubieniem oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
• wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach
• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
• stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
• rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach
• wyprowadza wzory Viète'a

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem

2. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• stosuje wzory na sześciąt sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciątów
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu

o współczynnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
<ul style="list-style-type: none"> znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
<ul style="list-style-type: none"> dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
<ul style="list-style-type: none"> określa stopień wielomianu w zależności od parametru
<ul style="list-style-type: none"> oblicza sumę współczynników wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika
<ul style="list-style-type: none"> rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
<ul style="list-style-type: none"> stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
<ul style="list-style-type: none"> rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
<ul style="list-style-type: none"> dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
<ul style="list-style-type: none"> dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
<ul style="list-style-type: none"> stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
<ul style="list-style-type: none"> opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
<ul style="list-style-type: none">• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku

3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
<ul style="list-style-type: none">• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
<ul style="list-style-type: none">• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $y = \frac{a}{x-p} + q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none">• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none">• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
<ul style="list-style-type: none">• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
<ul style="list-style-type: none">• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none">• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
<ul style="list-style-type: none">• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza liczbę rozwiązań równań $f(x) = m$, $f(x) = m$ i $f(x) = m$, gdzie f jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru m
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności